Arithmetica

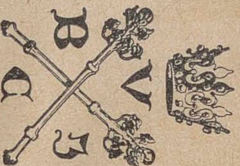
Stegmani Joach: Institutionum mathematicarum lib. II.

Racoviae typ. Sternaui 1630.

brak copii 2giej

materii polska

P



POPISÓW PUBLICZNYCH

UCZNIÓW

IOACH. STEGMANI
Institutionum
MATHEMATICARUM
LIBRI II.

qvibus initia

I. ARITHMETICÆ,

II. GEOMETRIÆ,

pro incipientibus dilucidè explicantur, & ad praxin variè accommodantur:

Jussu Superiorum
In usum Scholæ Racovianæ
conscripti.

Typis Sebastiani Sternacii,
cIↃ. IↃ. cxxx.

Illustrisſ.ⁱ ac Magnif.ⁱ Domini,

DN. ALEXANDRI PETRI

Comitis de Szczekarzowice,

TARŁO:

PALATINI Lublinenſis &c. &c. FILIIS,

Illuſtris & Generoſæ indolis adoleſcentibus

IOHANNI,

STEPHANO,

WLADISLAO,

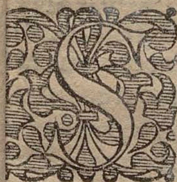
Diſcipulis ſuis dilect:

RECTOR

Scholæ Racovianæ

IOACH. STEGMAN,

S. P. D.



SI unqvam aliis, adoleſcentes generoſi, nobis certè, qvi veſtris præſumus ſtudiis, ante oculos verſari perpetuò debet, qvod ille monuit, ne juventus fidei

tus fidei concredita nostræ, *scholæ magis qvàm vitæ* discat. Nobili enim ferè omnes sunt orti genere, qvicunqve apud nos literis operam navant, qvorum vix qvisqvam aliqvando scholasticam calefacturus est cathedram. Qvid ergo attinet ingenia studiis nata melioribus, tricis fatigare scholasticis? Non invidemus illas aliis: nec, qvorum interest scire, denegabimus. Verùm istis talibus, qvi rebus sunt educandi gerendis, non obtrudemus. Eccur enim locum daremus barbari illius qverelæ, haud scio an aliqvando etiam justæ, *nullam esse pestem adolescentibus capitaliorem ludo literario qvippe in qvo nihil quod in vita sit utile, doceantur?* Qvamobrem non est, adolescentes generosi, qvòd qvis morem scholæ nostræ a non paucis aliis diversum, miretur. Vitæ vestræ, vestrorumq; commilitonum consulitur: illi formamini: ad illam præparamini. Variis in vita lingvis vobis opus est. Multarum loco *latina*, qvæ generalis qvasi qvidam, per universam ferè Europam, interpres audit, esse potest. Eam verò non tam ex præceptis disciris (qvæ ante hac dedimus præ ut alii solent, paucissima;) qvàm ex bonis auctoribus ipsis, & usu perpetuo: cujus be-

jus beneficio etiam ab uberibus matris tantùm non pendentes latina balbutire verba pueros audias. Variarum in vita rerum notitiâ opus est, deqve illis disserendi, dicendiqve facultate. Habetis manuductrices *Logicam* atqve *Rhetoricam*: non illas spinosis refertas qvæstiunculis, nec succu vacuas; sed genuinas, sed usui accommodatas: non qva inani præceptorum recitatione continentur; sed qva in veri perspicientia, & perspectorum explicatione cernuntur. Qvò non resolutiones tantùm scriptorum veterum; sed & qvotidianæ vestræ disputationum, declamationumqve exercitationes pertinent. Et illæ qvidem non de umbra, qvòd ajunt, asini, aut lana caprina; sed de actionum vestrarum, totiusqve adeo vitæ civilis duce ac magistra *Prudentia*, cujus portio generalis, *Ethica*, ad omnem vos vitam virtutibus imbuit: huic autem subjectæ, *Oeconomica*, ad familiarem; *Politica*, ad civilem vos societatem informat. Eoqve magis, qvòd non tantùm præcepta memoriæ infigendo, & freqventissimè de iisdem disserendo, dicendoqve vobis reddere possitis familiarissima; sed qvòd vitâ jam ipsâ, qvantum ista fert ætas, exprimere doceamini: qvò non morum tan-

rum tantùm vestrorum examen spectat; sed & ludicra illa qvidem, ad seriam tamen rei faciem (ex antiqvis *Historiarum* monumentis, e qvibus & exempla vitæ in *Diarios* vestros qvotidie refertis) exhibita, singulis mensibus, actuum Oratoriorum progymnasmata: in qvibus, qvod tempore posteriùs in judiciis, comitiis, aliisqve conventibus, sive solemnioribus, sive familiaribus, olim geretis, uti Salustianus ait Marius, re atqve usu sitis priùs. Restat & aliarum rerum, in vita necessariarum, cognitio: & illa *cœlestium* qvidem nostris abundè suppetit; vobis, aliisqve qvi diversis addicti estis sacris, undecunqve lubet, qværere hautqvaqvam obstamus: ad *Naturæ* verò adyta deductum etiam vos imus propediem. In cujus rei fidem, en pignus vobis *Institutiones* hasce sistimus *Arithmeticas*: qvibus non ad naturæ tantùm penetralia; sed ad universam planè sapientiam fores reserantur. Ut enim *pondere, mensurâ, numero Deus omnia fecit*: ita nulla profecto vitæ pars, neqve publicis, neqve privatis, neque forensibus, neqve domesticis in rebus, neqve si tecum agas aliqvid, neqve si cum altero contrahas, neqve temporis ratio, neqve locorum distantia,
qvid?

qvid? ne lusus qvidem iste puerorum vacare numeris potest. Unde ex ipsa haustum natura videtur illud Platonis consiliũ, qvo a numeris auspicandam puerorum informationẽ censuit: nempe qvorũ usum vel ludentes statim cernerẽt. *Romani* certè *pueri*, si Poetæ credimus *longis rationibus assem discunt in partes centum diducere*. Qvanqvam & alio nomine, ex veteri distributione universæ sapientiæ humanæ in Rationalem, Moralem, & Naturalem, cui & Mathesis subjecta erat, numerorum scientiam accensere naturalibus disciplinis possumus. Vestro autem ista consecrata voluimus nomini, adolescentes generosi, non eo tantùm fine, ut, qvemadmodum universæ scholę nostrę, ita & huic supputandi doctrinę insigni essetis ornamento; verùm etiam ut vobis de collato Illustriss.^o Parenti vestro PALATINATU publicè gratularemur: utqve argumento esset hæc ipsa inscriptio, qvo erga vos animo fuerimus, & qvanta fide, qvantâqve diligentiâ studiis inservire vestris conati simus: qvin & incitamento sit vobis ipsis, ut, qvod ingressi estis curriculum, strenuè urgeatis, & fortiter absolvatis: ne, qvam modo a nobis amolimur negligentiæ culpam, in vosmet ipsos redun-

redundet. Itaqve hîc acriter contra nitimini: hoc nobiscum certamen cernite:

Ac veluti ingentem formicæ farris acervum
Cum populant, hyemis memores, tectoq; reponũt:
It nigrum campis agmen, prædamq; per herbas
Convectant calle angusto, pars grandia trudunt
Obnixè frumenta humeris, pars agmina cogunt,
Castigantqve moras, operæ omnis semita fervet:

pari modo & vos adolescentes generosi, operi advigilate, tradita suscipite, susceptatenete, perpendite, sicubi hæretis, interrogate, urgete: *ignaviâ* uti ait iterum Marius, *nemo immortalis factus*; verum Catulli verbo —— — *amat victoria curam*. Qvam si adhibueritis, neqve illustrissimum parentem neqve nobilissimam antiqvissimamqve familiam vestram, neqve nos concepta de vobis expectatio frustrabitur: & vobis aliqvando ipsis, familiæ toti, universæ deniqve rei publicæ maximo eritis ornamento pariter atqve emolumento. Valete.



IpSe FaCiEt.

INSTITUTIONUM MATHEMATICARuM LIBER PRIMUS.

ARITHMETICÆ

CAP: I.

De Mathesi in genere.

I.

MATHEMATICA est scientia qvantitatum. *Dicitur & Mathesis, qvod utrumqve nomen disciplinam ac doctrinam qvamvis denotat; huic ...tem scientiæ peculiariter tributum, qvòd sola ex artibus, ... antiqvissimis Philosophis, in schola pueris tradebatur.*

II.

Itaqve subjectum eius est qvantitas, *qvæ eiusmodi rei ...ccidens est, qvo illa partes extra partes habet. Videamus ... ea primò generalia qvædam axiomata & pòst ad species ...li subjectas descendamus.*

III.

Axiomata de qvantitate generalia sunt ista:

1. Quæ sibi mutuò congruunt, sunt æqvalia.

...udamentum hoc est cognoscendi qvantitatum inter se colla...rum, & loco etiam conjunctarum. Ut florenus congruit tri...nta grossis: & decempeda, huic columnæ: vel hi duo floreni,

duobus his florenis congruunt: & hac ulna, huic ulnæ: sunt e[...] inter se æqvales. *Contrà,*

Qvæ sibi mutuò non congruunt, sunt inæqvalia
Vt unus florenus duobus: & ulna digito.

IV.

2. Qvæ eidem sunt æqvalia, inter se sunt æqval[...]
Fundamentum hoc est cognoscendi qvantitatum loco disjun[...]rum & cum alia collatarum: ut grossus Cracoviæ æqvalis tribus solidis: & Varsaviæ itidem: ergo utrobiqve æqvalis: t[...] enim solidi sunt mensura utriusqve grossi.

V.

3. Totum est majus qvalibet sua parte.
Vt columna duarũ ulnarum, major est parte, qvæ sit unius u[...] [*Alia autem est ratio ejus:* Dimidium plus toto: & *qvod* [...]*cero de fratre suo*, medius toto major. *Illic enim* plus [...] *qvantitatem rei; sed æqvitatis ac commoditatis denotat: hîc* [...]*tem non de ejusdem totius parte sermo est.* Totum *enim ip*[...] *Ciceronis fratrem denotat:* medium *autem fratris imaginem*[...]

VI.

4. Si æqvalibus æqvalia addantur, tota sunt [...]qvalia. *Itaqve.*

Qvæ ejusdem sunt duplicia, inter se sunt æqva[...]

Contrà,

Si inæqvalibus æqvalia addantur, tota sunt [...]æqvalia.

VII.

5. Si ab æqvalibus æqvalia auferantur remane[...] æqvalia. *Itaqve.*

Qvæ ejusdem sunt dimidiata, inter se sunt æqva[...]

Co[...]

Contrà,

Si ab inæqvalibus æqvalia auferantur, remanent inæqvalia.

VIII.

Est autem duplex qvantitas: Discreta; & Continua. Discreta *est cujus partes nullo communi termino copulantur.* Continua *contrà. Illa* numerus *est; hæc* Magnitudo.

IX.

Itaque ex ratione subjecti duæ sunt partes Mathematicæ. *Altera de qvantitate Discreta: altera de Continua. Illa* Arithmetica *dicitur: hæc* Geomerria.

[*Sola hæ duæ sunt merè Mathematicæ. Cæterùm qvæ reliqvæ vulgo audiunt Mathematicæ disciplinæ, eæ vel Physicæ sunt, aut certè, uti Aristoteles vocat,* φυσικώτεραι: *nimirum* Optica & Harmonica *seu Musica: & cui peculiare subjectum Mundi ista machina est,* Cosmographia, *cujus* & Astronomia, & Geographia *partes sunt. Vel Mechanicæ, ut* Architectonica, & *qvæ sunt plures hujus generis.*

Cap: II.

De Notatione.

I.

ARITHMETICA est pars Mathematicæ de numeris.

II.

Ejus igitur subjectum est numerus, *qvi est qvantitas discreta: seu secundum qvam unum qvodqve numeratur.*

III.

Numeri tractatio Arithmetica alia Generalis *est: alia* Specialis.

Specialis. *Generalis est* Notatio; *&* Numeratio. Notatio *est, qvæ numeros variis notis exprimere docet.*

IV.

Exhibet autem notas tum significativas *scilicet 1 2 3 4 5 6 7 8 9. tum* consignificativam *0*, *qvæ* Nulla *seu* Cyphra *dicitur; impropriè autem numerus. Per se enim, & aliis, numeris præposita nihil significat; sed si subjungatur aliis, illos, qvibus adjungitur, numeros toties* novenario *auget, qvot ipsi unitates continnet.* Ut *30. triginta: nam 3. denotat tria, seu tres unitates: itaque tot novenarios addito. sunt autem ter novem 27. qui 3. istis additi triginta efficiunt.*

V.

Et has qvidem notas non minus scire oportet etiam illum, qvi calculis utitur: licet enim istorum multitudine & vario positu numeros exprimere in ipsa operatione possit; tamen si qvid consignandum est, aut ex consignato ad Calculos revocandum, illarum notarum cognitione opus esse deprehendet.

VI.

Romanorum numeros scribendi modus unà cum literis ad nos pervenit, qvo unitatem exprimebant literâ I. denarium literâ X. cuius qvùm V. sit dimidium, qvinqve denotat. C, centenarii nota erat: & qvia eo modo [scribebatur, L eius erat dimidium, 50 significans. Deniqve M, mille notabat: qvumq; ita C I Ɔ aut ∞ scriberetur, eius dimidium fuit I Ɔ unde porro factum D, 500. Et his qvidem notis ad numeros consignandos uti possumus vel repetendo ut I I I, 3. X X X, 30. Vel minorem majori jungendo, & qvidem vel præponendo, eumq; suo valore minuendo IV, 4. XC, 90; vel postponendo,

ponendo, & hac ratione augendo ut VI, 6. XV, 15. &c. Verùm præterqvam qvod istud scribendi genus in rationum libris sit inusitatum: etiam ad supputationes minimè commodum fuerit.

Cap: III.

De Prolatione.

I.

NUMERATIO *numerorum* prolationem *continet* & Computationem. *Ad Prolationem opus est distinctione numerorum, in* Gradus; & Periodos. Gradus *est cuiusq; numeri singularis in serie multorum significatio, a dextra, sinistram versus procedendo. Eorum qvatuor tantùm dantur, qvorum primus seipsum semel significat, secundus decies, tertius centies: qvi autem qvartus posset esse gradus, seipsum millies significans, is primus est seqventis periodi.*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
3	2	1	3	2	1	3	2	1	*gradus*
						per centum	*per decem*	*per se*	

II.

Periodus *est repetitio dictorum graduum: & vel lineis vel punctis notari solet: ut*

1	2 3 4	5 6 7	8 9 0	
	III	II	I	periodus

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Inserviuntq́; periodi legitimæ numerorum pronunciationi, secundum versus.

Millia post primam dices, millena secundam
Inde per Es reliqvas exprime ritè notas.

1|2 3 4|5 6 7|8 9 0

Ipsa autem prolatio a sinistra versus dextram progreditur hoc modo: Millies millena millia, ducenties tricies qvater millena millia, qvingenta sexaginta septem millia, octingenta nonaginta.

CAP: IV.

De Computatione in genere.

P*ROlationem seqvitur ipsa numerorum* computatio, *qva notis qvibusdam datis ignotus qværitur, qvi* qvæsitnm & productum *dicitur. Atqve in* Collocatione *consistit:* & Operatione. Collocatio *ita instituatur ut numeri eiusdem gradus, eiusdemq́; periodi, sibi invicem subscribantur. ut* 1 2 3 / 1 4 *non verò* 1 2 3 / 1 4

II.

In Operatione *observandum,* primò: *Vnusqvisqve numerus cuiuscunqve periodi aut gradus ita sumitur, ac si solus positus esset, adeoq́; seipsum semel tantùm significat: nisi fortè superior inferiore minor sit, tum enim aliqvando seqvens*

qvens decies seipsum significat uti suo loco monebitur. Vt

986
23

etiam in secundo gradu dico duo: & octo; non viginti & octuaginta &c.

III.

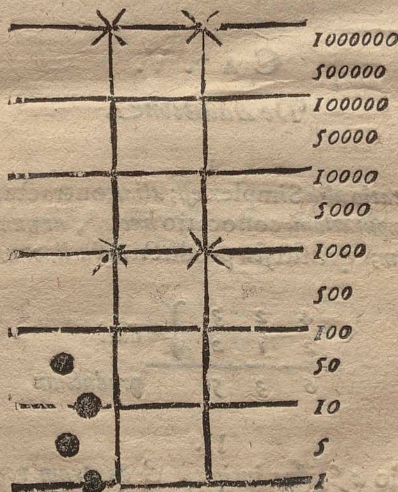
Secundò: *Numerus primi gradus solùm in producto scribendus est, denario ad proximum reservato: qvòd si nulli restent numeri, productum scribitur integrum. ut*

49
25

qvinqve & novem sunt 14. subscribo in producto tantùm 4. & 1 reservo ad proximum: pergoq́; 2 & 4 sunt 6. his reservatum addo, ut sint 7. unde totum productum ita scribitur 74.

IV.

Qvi calculis utuntur, pro singulis gradibus lineas ducunt:



& millenariam qvidem crucis signo notant; idq́ per periodos seqventes repetunt. Linea autem infima primi gradus est: proximè superior secundi, denarios continens: & sic conseqventer. Spatium verò inter lineas interjectum, dimidium continet superioris, adeoq́ qvintuplum inferioris lineæ.

V.

Itaqve si qvinqve in unam lineam Collocandi sint calculi, eorum loco unus ad proximè seqvens transfertur spatium: qvemadmodum & loco duorum in spatio collocandorum, unus ad superiorem transfertur lineam: ut 66, ita collocantur, incipiendo a spatio 50, cui additus denarius unus faciunt 60. &c.

CAP. V.

De Additione.

I.

COmputatio *alia* Simplex *est; alia* contracta. Simplicis *computationis* collocatio *hæc est, ut numeri* dati *supra lineam;* qvæsiti *seu* producti *infra lineam scribantur: ut,*

4	2	3	dati
2	1	2	
6	3	5	productum

II.

Operatio *a sinistra incipit, & dextram versus progreditur.*

III.

Est autem simplex computatio tum Additio: *tum* Subtractio. Additio *est plurium numerorum in unam summam collectio.*

IV.

Itaqve gradus cuiusq; numeri in unam colligantur summam. ut

1	2	3	4		1 2 3 4 5 6 7 8
5	6	7	8		8 7 6 5 4 3 2 1
6	9	1	2		9 9 9 9 9 9 9 9

V.

De Calculis novis præceptis hic opus non est; modò singuli numeri addendi eo, qvo antè dictum, modo collocentur.

CAP: VI.

De Subtractione.

I.

SUBTRACTIO *est dati unius per alterum imminutio: seu unius ab altero deductio.*

II.

Itaqve gradus cuiusq; numerus inferior a superiore deducatur, & residuum subjiciatur: ut

5	6	7	8
1	2	3	4
4	4	4	4

III.

Si ſuperior numerus inferiore minor ſit, a ſeqvente ſuperiore aſſumatur denarius, qvi propterea unitate ſui generis ſeu gradus minuitur, id qvod puncto adſcripto indicatur, ut

6	9.	1.	2
1	2	3	4
5	6	7	8

IV.

Neqve hic in calculis magna difficultas eſt: numerus enim maximus calculis exprimitur, & inde qvi ſubtrahi debet aufertur. Qvòd ſi in aliqva linea aut ſpatio non ſit, qvod aufferri poſſit, unus e loco proximè ſuperiore ſumitur & in inferiorem collocatur reſolutus: e linea in 10. e ſpatio in 5. unde poſtea ſubductio fieri poteſt.

CAP: VII.

De Multiplicatione.

I.

CONTRACTA *computatio in* Multiplicatione *conſiſtit &* Diviſione. Multiplicatio *eſt numeri alterius per alterum exaggeratio. Alter autem numerus, & potiſſimùm major,* multiplicandus; *alter* multiplicans *appellatur.*

II.

Eius Collocatio *talis eſt* I. *Ex datis multiplicandus ſuperiùs; multiplicans ad dexteram inferiùs ſcribitur, utervqe tamen ſupra lineam, cui productum ſubjicitur;*

1	2	3	*Multiplicandus*
		3.	*Multiplicans*
3	6	9	*productum*

2. *Si plu-*

2. *Si plures sint multiplicantis notæ, cuiusq; productum peculiariter scribitur, initio facto ad dextram directè sub nota multiplicante.*

	1	2	3
		2	3
	3	6	9
2	4	6	

III.

Operatio *secundum illa instituituitur præcepta. Multiplicantis notæ singulæ seorsim in singulas ducendæ sunt multiplicandi notas, incipiendo a dextra. ut in exemplo proximè præcedente, priùs 3, ducta in 3, faciunt 9. Eadem in 2. fiunt 6. In 1, verò 3. Pòst 2, in 3, 6. Eadem in 2, 4. In 1, verò 2.*

IV.

Operationi autem huic maximè inservit Multiplicationis Tabula: quæ & Abacus Pythagoræ dicitur.

Semel singula sunt singula:

2	2	sunt	4
	3		6
	4		8
	5		10
	6		12
	7		14
	8		16
	9		18
3	3	sunt	9
	4		12
	5		15
	6		18
	7		21
	8		24
	9		27
4	4	sunt	16
	5		20
	6		24
	7		28
	8		32
	9		36

5 | 6

5	5, 6, 7, 8, 9	sunt	25, 30, 35, 40, 45
6	6, 7, 8, 9	sunt	36, 42, 48, 54
7	7, 8, 9	sunt	49, 56, 63
8	8, 9	sunt	64, 72
9	(9)	sunt	(81

V.

Pro illis, qvi tardiores sunt, varia apud Authores reperiuntur Compendia, ex qvibus illud mihi maximè placet,



qvod in ipsis manuum digitis *habetur. Observanda est &* Collocatio & Operatio. *Collocatio hæc est: 1. Digitis erectis, a pollice incipiendo, numero ad auricularem, qvinqve. 2. Retrogrado ordine digitis complicatis ab auriculari, qvi sex valet, usqve ad pollicem, numerantur decem. Atqve hoc modo datis duobus numeris multiplicandis alter in*

dextra,

dextra, alter in sinistra manu collocatur: ut sint 7 & 8. in dextra manu complico auricularem & annularem, reliqvis tribus digitis erectis, qvi differentiam a decem indicant: & erunt 7. In sinistra complico, præter dictos, etiam medium, erectis tantùm duobus, indice nempe & pollice: eruntq; 8.

VI.

Operatio *autem alium digitis valorem indit: singuli enim digiti adhuc erecti singulos qvidem numeros denotant, qvi inter se sunt multiplicandi; sed complicati denarios significant, qvi simpliciter addendi.* Ut *in dato exemplo, qvia in dextra manu tres erecti erant digiti, in sinistra vero duo, multiplico 3. per 2. erunt 6. Complicati autem digiti in dextra manu duo erant, in sinistra verò tres, qvi additi qvinqve faciunt denarios, id est 50. iam si conjungas habebis 56. ergo septies 8. sunt 56.*

VII.

Facta multiplicatione, qvæsita in unam summam per Additionem colligantur. ut

1	2	3	
	2	3	
	3	6	9
2	4	6	
2	8	2	9

Non est hæc collocatio numerorum addendorum adversa Cap. IV. the. 1. intelligendum enim est tot Cyphras *seu* Nullas *qvæsitis inferioribus ad finem esse additas, qvot restant notæ ad supremi qvæsiti finem.*

	3	6	9
2	4	6	0

VIII.

Vtriusqve numeri Circuli seu Nullæ in fine omittuntur & producto adscribuntur. ut

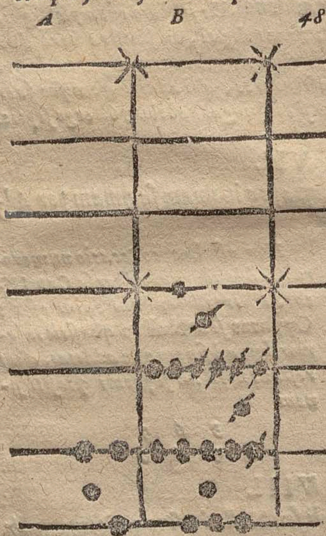
1	2	3	0	
		3	0	
3	6	9	0	0

IX.

Pro calculis, duabus diversis hic opus est qvasi tabulis, in qvarum altera multiplicandorum unus; in altera productum collocatur. Observandum autem lineam illam, qvæcunque tandem sit, cui digitum, uti monebimus, imposueris, unitatem significare: unde & de spatiis proximis & lineis superiorioribus judicium fieri potest.

X.

Itaqve si duo sint multiplicandi numeri, alter, & si placet, minor qvidem collocetur calculis in tabula, versus sinistram: alter notis nostris consignetur. Hinc lineæ supremæ, cui sunt impositi calculi, impone digitum manus sinistræ, & per numeri scripti singulas notas multiplica qvicqvid in illa est linea, incipiendo a nota dextima; sed ita ut si ad seqventes notas progrediaris, etiã digitus tuus ad lineas superiores adscendat.



Qvòd si in spatio infra digitum calculus sit, indicat notarum scriptarum dimidium in altera tabula respectu, tamen ad digitum habito, collocandum esse.

ut sint

ut sint multiplicandi 48. per 26. colloco 26 in tabula A. & 48 consigno: & posito digito in linea peninfima, ubi duo calculi, eos multiplico per numeri scripti 48 notam dextimam 8. bis 8 sunt 16. qvæ colloco in tab. B. ita tamen, ut & hic linea cui impositus est digitus unitatem significet. Deinde qvia progredior ad secundam notam 4. etiam digitus ascendit dico qꝫ bis 4 sunt 8. qvæ in B. colloco. Porro qvoniam in spatio calculus est, repono digitum in priorem lineam, & singularum notarum pono dimidium: ut dimidium 8. sunt 4. qvæ si in eadem collocarentur linea, contra regulam qvinqve calculi conjungerentur: itaqve eorum loco unus in spatium proximum transferendus. Verùm qvia & hic unus est, spatium autem duos non capit: itaqve eorum loco unus ad lineam superiorem transferendus: sed nec ibi nec in spatio adhuc seqvente eandē ob causam locum invenit: ideoqꝫ ulterius ad lineam crucis signo notatam conscendendum erit, sublatis inferioribus calculis omnibus. Porrò dimidium 4. sunt 2. qvæ, qvia digitus cum nota ascendit, in tertia collocantur linea tabulæ B. His absolutis descendit digitus ad Calculos proxime inferiores in tab. A. invenitqꝫ in infima linea unum, itaqve in tab. B. semel 8 colloco: & postea ascendente digito ad seqventem lineam, semel 4. proditqve summa qvæsita 1 2 4 8.

XI.

Estqꝫ hoc peculiare calculis, qvòd in multiplicationis tabula seu abaco Pythagaræ ultra qvatuor multiplicantes non ascendatur: nimirum qvia qvinarii numeri per dimidium collocari possunt.

CAP: VIII.

De Divisione.

I.

DIVISIO est numeri superioris per inferiorem partitio.

II.

II.

Collocatio *Divisionis hæc est. 1. ex datis dividendus superiùs; divisor inferiùs ad sinistram ita scribitur, ut numeri, qvibus directè subjicitur, sint majores, aut saltem ipsi æqvales. Itaqve si primi numeri minores sunt divisore, ad proximè seqventes is erit promovendus.*

9 4 2   1 2 3
4 2   6

Non est hæc collocatio contraria cap. IV. the: 1. neqve enim numeri superiores considerantur qvatenus majorum sunt graduum, quàm qvi seqvuntur: sed simpliciter uti per se significant per tot gradus, qvot divisor notas continet aut attingit. Qvod si qvis admittere nolit, dicemus: divisori tot additas intelligi Cyphras *seu* nullas, *qvot in dividendo restant versus dextram numeri: unde divisor ejusdem fiat gradus, cuius est ille dividendi numerus, cui subjectus est.*

2. Ad marginem versus dextram linea aut semicirculus pro quæsito scribitur. ut

94		94	
6	1	6	(1

III.

Operatio *hoc continetur versu:*

(1.) Dic qvoties (2) multiplica & (3) aufer (4) promove tandem.

Itaqve initiò qværitur, qvoties divisoris prima nota in numero, cui directè subjecta est, contineatur: & qvotus, qvi nunqvam novenario major, ad marginem post lineam scribitur, ut 4. in 9. bis continentur: Itaqve 2. scribo.

9 4 2	
4 2	2

Deinde qvotus per singulas divisoris notas multiplicatur & productum a dividendis numeris, qvibus divisor directè

subjectus

```
9 4 2 |
4 2   | 2
  2   |
------
8 4
------
1 0
```

ſubjectus eſt, aut ſi illi minores ſint, a proximè verſus ſiniſtram adhærentibus ſubtrahitur, & ſi qvid remanet annotatur.

Tandem Diviſor ad proximè ſeqventem gradum verſus dextram promovetur, & dicta operatio repetitur. Idq; toties qvot numeri dividendi notæ reſtant. ut hic promovetur diviſor ad 2. qvæ ſeqvuntur in numero dividendo: qvia verò in præcedente reſtabant 10, ideoq; & illæ iſtis 2 præmittuntur.

```
1 0 2 |
  4 2 | 22
      |
------
  8 4
------
  1 8
```

IV.

Qvòd ſi promotione facta diviſor notis dividendi, qvibus ſubjicitur, major ſit, Cyphrâ ad marginem ſcriptâ, ulteriùs promovendus eſt. ut in promotione diviſoris 2. ad mediam notam 1. diviſor major ſit. Itaqve Cyphram ſcribo ad marginem & promoveo 2 ad ultimam dividendi notam 2. qvæ cum præcedenti 1 cohæret, dicoq; 2 in 12 continentur 6. &c.

```
4 1 2 |
2 2 2 | 2 0 6
4     |
```

V.

Si diviſione abſoluta reſiduum majus eſt diviſore, ſignum eſt erroris, & ſæpius diviſorem in dividendo contineri: itaq; denuo repetenda operatio eſt.

VI.

Si verò ultimum reſiduum diviſore ſit minus, id ad marginem peculiariter reliqvo qvæſito paulò ſuperiùs ad ſcri-

bendum, eiq; lineâ interjectâ, divisor est subjiciendus. uti superiùs 18 ita scribuntur cum divisore

| 22 $\frac{18}{42}$

VII.

Si Circuli seu Nullæ in fine divisoris sint, illæ ad finem dividendi etiam rejiciantur, & per solas divisoris significativas notas instituatur operatio. Notæ autem qvibus Cyphræ sunt subjectæ, ad residuum pertinent. ut

```
4 6 3 5 4 8 7 |
2 | | 0 0 0 0 | 2
2 | |
---
4 |
---
0 6 |           | 23
  2 |
  3 |
  ---
  6 |
  ---
  0 3           |
    2           | 231
    1
    ---
    2
    ---
    1     | 231  15487
                 -----
                 20000
```

Est qvidem & alia dividendi ratio, eaq; longè usitatior. Verùm qvia in illa diversus & subtrahendi & multiplicandi adhibetur modus; qvàm qvi præceptis traditur: præterqvàm qvod in Logicorum reprehensionem meritò incurritur: etiam pueros non parùm

non parùm turbari neceße est, dum subtrahere, multiplicareq; jubentur eo modo, qvi cum præceptis ea de re traditis vix qvicqvam commune habet. Qvòd si verò qvisqvam compendii instar habere id velit, eqvidem non repugnabo. Qvin & ipse, ut, qvi exercitatior est, eo utatur, autor sum. Sed non propterea qvod regulis generalibus congruum est, negligendum esse judico. Eo autem modo exemplum superius propositum ita absolvetur: 4 in 9 continentur 2. bis 4 sunt 8. qvibus subtractis a 9, manet 1. notaturq; supra 9. Bis 2, sunt 4. qvibus subductis a 4, manet 0. Hinc divisorem promoveo: & dico, 4 in 10, continentur 2. bis 4 sunt 8: qvibus subtractis a 10, manent 2. Bis 2 sunt 4. qvibus subtractis a 22, manent 18 residua.

```
    1
    2
1   0   8   |
9   4   2   |  22 —18/42—
4   2   2   |
    4       |
```

VIII.

Ex illis, qvæ tum hoc, tum præcedente Capite dicta sunt, facilè & Divisio per calculos intelligitur. Nimirum numerus dividendus calculis exprimitur. Divisor notis consignatur. postea collocato digito in lineam supremam ubi calculi sunt, ex illis iisdem calculis toties sumo sinistimam divisoris notam, qvoties & seqventes ex inferioribus lineis auferre possum; vel saltem earum dimidium. Qvòd si ne hoc qvidem possim, descendo ad lineam proximam, & inde uti dictum aufero. Ablatâ autem notâ divisoris primâ versus sinistram, a calculis supremis descendit digitus ad lineam inferiorem, ex qva seqventem divisoris notam auferes. Idq; toties continuandum, qvot notæ restant. Postqvam verò omnes jam notæ fuerint absolutæ, in altera tabula collocandum, qvoties divisorem abstuleris: idq; in eadem linea, qvam digitus ultimò occupat. ut sint dividenda 1 2 4 8. per 26. digitum pono in lineam qvartam, ubi invenio unum calculum, a qvo sinistimam no-

A. B. 26.



tam divisoris 2 ne semel qvidem auferre possum: dimidium ejus 1 possem qvidē, sed seqventis 6 dimidium nempe 3, a seqvente linea, ubi tantùm 2 sunt calculi, auferre neqveo. Itaq; descendit digitus ad lineam tertiam, invenitq; in calculis 12. in qvarta & hac tertia linea simul. Inde 2 qvater id est 8 aufert, ut maneant 4. & postea descendēs ad lineam secundam, invenio 44. ex qvibus 6 secundam nempe divisoris notam etiam qvater id est 24 aufero, ut maneant 20. & qvia hæc divisoris nota est ultima, digitusq; in secunda est linea: in eadem, sed in tab. B colloco 4. qvoties nimirum divisorem a dividendo abstuli. Qvia verò adhuc restant numeri dividendi, fit promotio divisoris, & divisionis continuatio: posito digito in linea secunda (nam e tertia non possum divisorem auferre) ex 20 aufero 2 octies, id est 16, ut maneant 4. deinde descendo ad lineam infimam & aufero etiam 6 octies, 48. ut nihil remaneat: & qvia in infima linea digitus est, in eadem unà cum spatio 8 colloco, qvoties nimirum divisor sublatus fuit. Itaqve invenio in tab. B 48. qvotum.

Qvæ huc usqve de calculis diximus ea in seqventibus operationibus perpetuò sunt repetenda, qvoties vel Additio, vel subtractio, vel Multiplicatio, vel etiam Divisio reqviritur.

Caput

Cap: IX:

De Progressione.

I.

Adhuc Generalis fuit Arithmeticæ pars: Specialis seqvitur, de numeris tum Integris: *tum* Fractis. Integri *numeri vel* Absoluti *sunt; vel* Comparati *cum aliis. Numeri absoluti sunt qvorum productum simpliciter qværitur, sine respectu eo, an illud datorum alicui proportione qvadam respondeat; necné: nedum qvalis illa, si qva sit proportio. In iis autem notanda sunt generalis Computationis compendia qvædam peculiaria; uti sunt* Progressio; *&* Radicum extractio. Progressio *est Compendiosa numerorum, excessu se certo superantium, in unam summam collectio.*

II.

Excessus autem ille vel simpliciier æqvalis est; vel proportionalis: unde & Progressio duplex Arithmetica, *qvæ in æqvali simplici: &* Geometrica, *qvæ in proportionali excessu occupatur.*

III.

Progressionis Arithmeticæ excessus æqvalis est residuum ex Subtractione numeri præcedentis à proximè seqvente.

Ut in apposita progressione subductis 5 a 10 vel 10 a 15, vel
5 *15 a 20, manent 5: excessus qvæsitus. Hanc ergo differen-*
10 *tiam excessus, si perpetuò addas, progressio continuabitur.*
15 Continuabitur etiam compendiosiùs, si a denomina-
tore qvæsitæ seriei unitatem subtrahas, & residuo per
20 excessum multiplicato numerum progressionis pri-
25 mum addas. *Ut in dicto exemplo scire velim numerum 10*

seriei subtraho 1 a 10, restabunt novem: qvibus per excessum 5 multiplicatis fiunt 45. his addo numerum primum 5, erunt 50 numerus decimæ seriei.

IV.

Operatio Collectionis *in Progressione Arithmetica hæc est: 1. Iungatur primus numerus ultimo. 2. Per producti dimidium multiplicetur denominator seriei ultimi numeri, id est, qvotus in ordine sit numerus ultimus. Vel, qvod eodem recidit, productum multiplica per seriei dimidium. Vel deniqve multiplica productum per seriem, & qvod prodit ejus sume dimidium.* Qvi verò prudens fuerit, paris semper numeri dimidium sumet.

1	12
2	13
3	14
4	15
5	16
6	17
7	18
8	19
9	20
10	21
11	22
12	23
13	24

24
12
———
1
36 | 18
22 | 13
———
54
18
———
234

Ut in horologio integro scire velim qvoties sonet a 12, usqve ad 24. Addo numerum primum 12, ad 24 fiunt 36. per hujus producti dimidium 18, multiplico denominatorem seriei ultimi numeri 24 nempe 13. est enim numerus 24 in serie 13. prodeunt 234. summa qvæsita.

V.

Geometricæ Progressionis excessus proportionalis est qvotus ex divisione numeri seqventis per proximè præcedentem:

Ut divisis vel 3 per 1, vel 9 per 3, vel 27 per 9,
1 *prodibunt 3. excessus proportionalis triplus. Per*
3 *hunc ergo excessum si perpetuo ultimum nu-*
9 *merum multiplices, progressio continuabitur.*

Sed &

27 Sed & compendiosiùs continuabitur, si præ-
91 missâ cyphrâ, seriei numerus adscribatur: & deinde qvæsita series unitate deminuta in duas indicis adscripti notas dispescatur, qvarum adjuncti pregressionis numeri inter se multiplicandi, & productum per progressionis initium est dividendum. *Ut in adjecto exemplo qværitur numerus seriei septimæ: adscriptis ergo seriei indicibus, sed, qvia præmissa Cyphra est, unitate minoribus: qvæsitam seriem nempe 7 unitate minuo, ut fiant 6. hanc dispesco in duas indicis notas 2 & 4. hæ enim junctæ efficiunt 6: numeros autem progressionis hisce notis adjunctos 9 & 81 inter se multiplico, prodeunt 7 2 9. qvæ per primum numerum dividi debebant; sed qvia numerus primus hic unitas est, indivisa manent, pro numero seriei septimæ.*

0	1	8 1	
1	3	9	
2	9		
3	27	7 2 9	
4	81		

VII.

Operatio *Collectionis in Progressione Geometrica ita institituitur. Ultimus numerus multiplicatur per numerum excessus proportionalis. 2. A producto aufertur numerus progressionis primus. 3. Residuum per numerum excessus unitate minutum dividitur.*

1	4
2	16
3	64
4	256

```
   2 5 6
       4
 -------
 1 0 2 4
       4
 -------
 1 0 2 0 | 3 4 0
   3 3 3 |
```

Ut: aliqvis venditurus est eqvum hoc modo, ut tantùm pro pedibus solvatur, & pro uno qvidem pede 4 florenos poscit, pro reliqvis verò seqventibus semper qvadruplum: ut in adjecta serie apparet: qværitur summa integra: facit 3 4 0 florenos.

CAP: X.

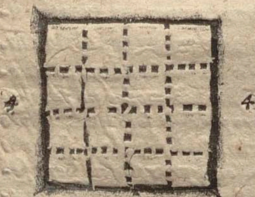
De Extractione Radicis qvadratæ.

I.

F*Vit progressio: seqvitur* Radicum Extractio. *Est autem Radix numerus unius lateris superficiei vel corporis. Appellatione Metaphoricâ ita dictus. Qvemadmodum enim radix arboris: ita dictus numerus principium & origo est numeri totius superficiei aut corporis.*

II.

Radix illa, qvantum ad nostrum qvidem institutum pertinet, est numeri tum Qvadrati; *tum* Cubici. Numerus Qvadratus *est productum numeri in seipsum multiplicati. Appellatio desumta est a superficiebus Geometricis,*

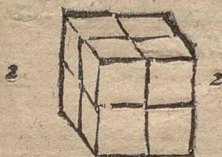


4 *radix qvadra: unum latus.*
4
16 *numerus qvadratus s. area totius figuræ.*

III.

Numerus Cubicus est productum qvadrati per suam radicem multiplicati. Appellatione ducta a corporibus Cubicis.

4 2 *radix*



2 *radix seu*
2 *unum latus*

4 *num. qvad. seu*
2 *una area*

8 *num. Cubicus, seu totum Corpus.*

VIII.

Est ergo extractio radicis *nihil aliud, qvam numeri i-stius originalis seu lateris ex numero integræ superficiei, corporisq; investigatio: qvæ in numeris qvidem simplicibus ex adjuncta facilè haberi potest tabula; at in compositis paulò est difficilior.*

Radix	Num. Qvadr.	Num. Cubicus.
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729

V.

In reliqvis alia est extractio qvadratæ; *alia radicis* cubicæ. *In Qvadrata &* Collocatio *attendenda; &* operatio. *Collocatio ita instituatur.* primò *scribatur nume-*

rus cujus radix qværenda. Secundò *ejus loca imparia, incipiendo a dextris, notentur punctis, qvæ operationem dirigunt, & numerum radicalium numerorum ostendunt.* Tertiò *ad marginem ducatur linea ut in divisione.*

2̇ 5 6̇ |

VI.

Operatio & Simplex *est;* & Multiplex. Simplex *consistit in radicis ultimi puncti ad sinistram; vel, si is non adsit, proxime minoris inventione ex tabula antea tradita.* Deinde *ea radix scribatur post lineam & deinde sub numero isto ultimi puncti.* Ejus *verò qvadratum ab illo ipso numero detrahatur, & residuum annotetur. ut sint milites 256. qvi acie qvadrata sint disponendi: qværitur, qvot in uno futuri sint ordine, & qvot etiam ordines? R. 16.*

```
 .   .
 2 5 6 | 1
 1     |
 ---
 1
```

VII.

```
 .   .
 2 5 6 |
 1 |   | 1
 ---
 1 5
   2
```

Multiplex operatio cum divisione magnam habet affinitatem. Ita autem instituenda. 1. *Duplicandum qvicqvid post lineam marginalem scriptum, idq; proximæ figuræ istius puncti, instar divisoris, subscribendum. Vbi cavendum, ne numerum puncti seqventis attingat: ideoque si plures fuerint numeri, sinistram versus subscribendi sunt.*

2 5 6	1
1	
1 5 6	16
2 6	

2. Per hunc divisorem dividatur numerus superior, qvotus bis scribatur, post lineam, & sub puncto proximo ad divisorem.

1 5 6	16
2 6	
6	
1 5 6	
0 0 0	

3. Qvotus post lineam ultimò scriptus multiplicetur cum divisore & qvoto ei adscripto; productum a superiore detrahatur, ut in divisione.

VIII.

Si plures restant numeri hæc divisio toties repetenda est, qvot puncta restant.

IX.

1 1 0 2 5	1 0 5
1 2 2 0 5	
5	
1 1 0 2 5	

Si superior numerus inferiore minor sit, tum Cyphra tantùm margini adscribenda & pergendum est.

X.

Si qvid ultimò remanet, supra lineam scribendnm, infrà verò qvotus integer duplicatus, unitate additâ, scribatur.

1 1 0 3 8	1 0 5 $\frac{13}{211}$
1 2 2 0 5	
5	
1 1 0 2 5	
1 3	

XI.

Qvòd si numeri fracti dati sint, e qvibus radix extrahenda: tum id fiat vel separatim in superiore, & etiam in inferiore nu-

riore numero, & producta rursus sibi subjiciantur: vel numerus superior multiplicetur per inferiorem, e producto extrahatur radix, qvæ rursus per inferiorem numerum dividenda.

Cap: XI.

De Extractione Radicis Cubicæ.

I.

FVit Qvadratæ; seqvitur Cubicæ radicis extractio: in qva rursus & Collocationis; & Operationis cognoscenda est ratio. Collocationem qvod attinet, ea potissimùm reqvirit, ut scripti numeri notentur punctis, a dextris incipiendo, duabus semper figuris intermissis: id quod eundem, qvem in qvadratis usum habet. Deinde linea marginalis ducatur, ut in divisione

4̇ 0 9 6̇ |

II.

Numeris ita collocatis operationem aggredimur: qvæ iterum tum simplex; tum multiplex. Simplex consistit in Inventione radicis numeri ultimi puncti ad sinistram, ex superiùs data tabula; aut, si is non adsit, proximè minoris: scribaturq; radix post lineam, ejusq; numerus Cubicus subtrahatur a numero ultimi puncti, qvod residuum est, annotetur.

4̇ 0 9 6̇ | 1
1
———
3

Ut: curabo mihi parari arculam qvæ palmos contineat in universum 4096, undiqvaqz exactè qvadratam: qvantum erit unum latus, sive altitudinis, sive latitudinis, sive denique longitudinis? R. 16.

III.

Multiplex operatio seqvitur: eaqz peragitur primò triplicando

plicando qvicqvid post lineam marginalem scriptum fuerit: subscribendoq; istud triplum figuræ, puncto seqventi proximæ, ut in qvadratn: ut 3 a. Secundò multiplicando iterum totum qvotientem in triplum jam subscriptum, & productum uno loco remotiùs, qvàm triplum, sinistram versus, instar divisoris, subscribendo: ut 3 b. Tertiò Dividendo per hunc divisorem numerum suprà positum, modis seqventibus.

4 0 9 6	1
1	
3 0 9 6	
3 [a]	16
3 [b]	
6 [c]	
2 1 6 [d]	
1 0 8 [e]	
1 8 [f]	
3 0 9 6	
0 0 0 0	

1. Qvotus & margini addatur, & subscribatur puncto proximo, ut 6 c ejusqve numerus cubicus superioribus directè subjiciatur, estq; productum primùm, ut, 216 d.

2. Ejusdem qvotientis qvadratus ducatur in triplum cui productum hoc secundum subscribendum. ut 108 e.

3. Idem rursus qvotus ducatur in divisorem, cui productum hoc tertium subjiciendum. ut 18 f.

4. Horum trium summa a numeris Cubicis superiùs scriptis subtrahatur.

IV.

Ista divisio tóties repetenda, qvot puncta restant.

V.

Si qvid remanserit, ad instar fractionis supra lineam scribendum: ut ex 4098 sit radix 16. & restant 2. qvæ supra lineam scri-

neam scribenda: Infra verò loco denominatoris qvi scribatur, *ita investigatur:*

Primò. Multiplicetur cubicè radix qvæsita. ut 16 cub. 4 0 9 6.

Secundò. Eadem rursus post unitatem additam multiplicetur Cubicè. ut 17 cub. 4 9 1 3.

Tertio. Ab hoc producto, illud prius subtrahatur. restant 8 1 7.

Qvartò. Qvod remanet, est infra lineam scribendum. ut

```
4  0  9  8 |
3          |  16 2/817
---------- |
---------- |
4  0  9  6
----------
0  0  0  2
```

Cap: XII.

De plurium numerorum communi divisione seu mensura.

I.

DE *absolutis vidimus numeris; seqvitur ut de* Comparatis *sit explicandum. Sunt autem numeri* Comparati *ex qvibus productum qværitur, qvod proportione certa datis respondeat. Data autem vel duo sufficiunt; vel plura reqviruntur. In duobus datis* communis *spectatur* Divisio, *qvæ vel datorum numerorum inter se compositorum communem mensuram seu* divisorem maximum *qværit; vel datorum tam primorum qvam compositorum* communem dividuum

dividuum minimum: *cujus uterqve datorum mensura sit.*

II.

Est autem numerus primus, qvi in partes æqvales nisi per seipsum dividi neqvit. Qvi, si unus est, dicitur per se primus. *ut 3. in æqvales partes dividi non possunt, nisi per 3, in 1. 1. 1. sic 5. 7. 11. &c. Si plures sunt qvi per unum in æqvales partes dividi non possunt, dicuntur* inter se primi. *ut 6. & 11. licet enim 6 per 3 & 2 in æquales partes dividi possit; non tamen alter adjectus numerus 11 vel per 2 vel per 3, potest.*

III.

Numerus verò compositus est, qvi per alium aliqvem numerum præter seipsum exactè in partes æqvales dividi potest: & si unus sit, dicitur per se compositus *ut 4. 6. 8. 9. 10. 12. &c. Si sunt plures dicuntur* inter se compositi. *ut 4. & 6. itemqve 8 & 10 & 12 per 2. sic 6 & 9 & 12 & 18 per 3. &c.*

IV.

Dignoscuntur autem numeri primi a compositis, investigatione communis Divisoris maximi: in qvibus enim is datur, illi sunt inter se compositi. Primi verò sunt, in qvibus non datur: qvod apparet, si absoluta operatione unitas remanserit.

V.

Communis Divisor maximus *est numerus alios inter se compositos qvàm proximè dividens. Is verò* qværitur divisione maioris per minorē, & divisoris proximè antecedentis per residuum: qvod ultimò exactè dividit, est divisor maximus. *ut 14 & 48. habent communem divisorem maximum 2. qvod patet in exemplo. Qvotientes verò, uti hic 3. 2. 3. planè in hac inqvisitione non attenduntur.*

```
48 |
14 | 3
----
 6 |
 2 |  2
----   |3
```

VI.

Communis Dividuus minimus *est numerus, qvi per alios qvàm proximè exactè dividi potest.* Investigatur *verò* multiplicatione per invicem. *ut numeri binarii & senarii Divid. minimus est duodenarius, nam bis 6 sunt 12. nec datur alius minor, qvi exactè per 2 & 6 simul dividi possit.*

VII.

Si duobus plures sint numeri, conferantur primò inter se duo, & reliqvi cum producto duorum.

Cap: XIII.

De aurea proportionum regula.

I.

V*Bi plura reqviruntur data, locum habet* aurea, *ob insignem, qvem præstat, usum, meritò ita dicta,* Proportionum regula, *qva ex datis qvibusdaus notis, ignotum datis proportionale qværitur.*

II.

Sunt autem data vel expressè posita: *vel* obscuritatibus *qvibusdam* involuta. *In expressis adhibetur vel* Simplex *proportionum regula: vel* composita. Simplex *est, qvæ unica multiplicatione & Divisione constat.*

III.

In simplici *proportionum regula tres sunt numeri dati, ex qvibus ignotus qvartus elicitur. Vnde &* regula trium, *nempe datorum: vulgo etiam* De tri *appellatur. Datorum verò duo, & reliqvum cum qvæsito necesse est eandem habere denominationem seu rem eandem denotare. Qvòd si data secus*

ta secus se habeant, reductione opus est, de qva infrà in Fractionibus.

IV.

Est autem simplex proportionum regula vel Directa; vel Inversa. In Directa ut primus numerus se habet ad secundum: ita tertius ad qvartum ignotum. Vel, ut primus ad tertium: ita medius ad qvæsitum. Itaqve uter medium tertiúmve locum habeat, nihil interest.

Vt: 2 ulnæ panni, veneunt 16 florenis: qvanti veneunt 30 ulnæ?

uln.	flor.	uln.	flor.
2 ——	16 ——	30. facit	240.

Vt enim 2 ulnæ, ad flor. 16: ita 30 ulnæ, ad flor. 240: nimirum proportione octupla. 2 enim in 16 continentur octies: seu 16 sunt ex multiplicatione 2 per 8. Itaqve & per 8 si multiplicentur 30: erunt 240.

Vel hoc collocatur modo;

uln.	uln.	flor.	flor.
2 ——	30 ——	16 facit	240

Vt enim 2 ulnæ, ad 30 ulnas: ita 16 floreni, ad flor. 240: proportione nimirum qvindecupla. 2 enim in 30 continentur qvindecies: seu 30 sunt ex multiplicatione 2 per 15. Itaqve & per qvindecim si multiplicentur 16: erunt itidem 240:

V.

Posset ergo operatio ejus hoc absolvi modo, ut medius per primum statim divideretur, qvo appareret, qvoties in illo hic contineretur; per qvotum verò ultimus numerus multiplicaretur: qvemadmodum in exemplo modo ostensum. Verùm qvia hac ratione sæpe per fractiones multiplicandum esset: itaqve, qvo istud evitetur, multiplicatio numeri ultimi per

medium præcedit; productum deinde per numerum primum dividitur: secundum versus,

Postremus medium multiplicat; inde creatum divide per primum: *qvod surgit* Summa *vocatur*.

2 ——— 16 ——— 30
16
480
222 | 204

VI.

Atqve hinc etiam apparet, qva ratione per inversionem ex producto data seqvantur: qvo pacto, num operatio rectè sit instituta, probare solent: nimirum,

ut flor. *ad uln:* *ita flor.* *ad uln.*
240 ——— 30 ——— 16 *facit* 2

Vel: ut flor *ad flor* *ita flor* *ad flor.*
240 ——— 16 ——— 30 *facit* 2

Vel: ut flor. *ad flor:* *ita flor* *ad flor.*
16 ——— 2 ——— 240 *facit* 30

Vel: ut flor. *ad flor:* *ita uln.* *ad uln.*
16 ——— 240 ——— 2 *facit* 30

Vel: ut flor. *ad flor.* *ita flor.* *ad flor.*
30 ——— 240 ——— 2 *facit* 16

Vel: ut flor. *ad flor.* *ita flor.* *ad flor.*
30 ——— 2 ——— 240 *facit* 16

VII.

Qvia verò usum habet hæc regula maximum, ideoqve varia sunt ab auctoribus excogitata compendia tum in numeris tantum inter se compositis: tum etiam primis: qvæ praxis Italica *vulgo dicitur. Qvum numeri inter se compositi sunt primus &*

primus & secundus: vel primus & tertius: ii per divisorē communem maximum [ex c. XII. §. 5.] *divisi, numeros dabunt minores, qvipro illis substitui possint. ut in exemplo dato*

pro 2 —— 16 —— 30. *primus & secundus divisi*
ponatur 1 —— 8 —— 30. *per* 2.
Vel. 1 —— 16 —— 15. *prim. & tert. divisi per* 2.
Idem enim est, ac si tertius loco medio fuisset positus.

VIII.

Qvod si prolixum videatur semper communem qværere divisorem, poteris per partes sumere. *ut*

pro 30 —— 240 —— 2. *ponatur primo*
dimidium primi & secundi ita
15 —— 120 —— 2
pòst horum qvinta pars
3 —— 24 —— 2
tandem horum tertia pars
1 —— 8 —— 2

$$\frac{8}{16}$$

Aliqvando in uno exemplo primus modò cum secundo, modò cum tertio contrahitur.

	20 ——	5 ——	34
5	4 ——	1 ——	34
2	2 ——	1 ——	17

2 | 8 $\frac{8}{2}$

IX.

In qvibusvis verò numeris, etiam inter se primis, ferè sola additione ac subtractione res absolvi potest. Ostendemus in exemplo

2 —— 15 —— 31

2	——	15
2	——	15
4	——	30
8	——	60
8	——	60
4	——	30
2	——	15
1	——	7 $\frac{1}{2}$
31	——	232 $\frac{1}{2}$

Subscribo numerum primum tertio: & qvartus æqvalis erit secundo. Sed qvia tertius primo longè major est, eundem toties subscribo vel ejus duplum, triplum &c. vel partem etiam ejus aliqvotam: donec omnium subscriptorum summa tertio numero sit æqvalis: Similiter pro qvarto numero toties scribo vel secundum vel ejus duplum, triplum &c. prout primus tertio subscriptus est. Tandem omnes qvarti ordinis numeros in unam colligo summam, qvæ est numerus qvæsitus.

X.

2 —— 15 —— 31

2	——	31
4	——	62
8	——	124
1	——	15 $\frac{1}{2}$
15	——	232 $\frac{1}{2}$

Qvòd si tertius paulò major sit, subscribatur primus medio, & adjiciatur loco qvarti tertius, vel utriusq; duplum, triplum &c. donec medius absumatur. Idem enim est, acsi numerus medius ultimo loco esset positus.

XI.

Potest aliqvando utrumqve compendium in uno conjungi exemplo, ut:

	10	4	15
5	2	4	3
2	1	2	3
		1	3
		1	3
		2	6

XII.

In regula Proportionum Inversa *est*

Vt tertius ad primum: ita medius ad qvæsitum. Itaqve.

multiplicetur primus cum medio: & productum dividatur per ultimum. ut 3 Iudæi certam summam numerant intra 4 horas: qvàm citò eandem numerabunt 6?

Iud.		*hora*		*Iud*	*hor.*
3	———	4	———	6	*Resp.* 2.

Cap: XIV.
De Regula Proportionum Composita.

I.

FVit simplex; seqvitur Composita proportionum regula, in qvibus plura tribus sunt data. Et vel unum qværitur ignotum; vel plura. Si illud, erit Regula qvinqve datorum, e qvibus sextum qværitur, qvod datis annumeratur, ut investigetur qvæsitus septimus numerus. Vnde & regula sex seu Regula dupli dicitur: alias etiam peculiariter Regula proportionum composita. In operatione autem bis repetitur regula simplex ita, ut in posteriore productum prioris medium locum occupet. ut:

100 flor. dant 20 lucri annis 2: qvantum dant 3000 flor. annis 7. Colloco primo res ipsas:

flor.		*Luc.*		*flor.*	
100	———	20	———	3000.	*R. 600 lucr.*

Nunc cum producto tempus confero:

anni		*lucr*		*ann*	
2	———	600	———	7	*R.* 2100

II.

Si plura sunt investiganda qvæsita, erit regula Consortii; & Alligationis. *Regula* Consortii *seu* Societatis *vel* sine tempore; *vel* cum tempore *qværit, qvantum ex pluribus sociis de proposita summa unicuiqve sit tribuendum. Si* sine variatione temporis *tum summa collatæ pecuniæ*

 simpliciter

simpliciter loco primo collocetur; si verò cum tempore vario ponatur aggregatum productorum ex multiplitatione summæ cujusqve per suum tempus. In medio collocandum est commune lucrum aut damnum. Vltimò verò loco uniuscujusqve pecuniæ collata, si sine tempore qværitur; si verò additum tempus sit, ponatur productum ex multiplicatione cujusq; pecuniæ per suum tempus. Et toties repetatur regula simplex, qvot sunt contrahentes socii.

ut Sine tempore.

Qvatuor mercatores contulerunt 6000 flor. A. 1000 B. 2000 C. 2400. D. 600. Lucrati verò sunt 9000. qvantum cuiqve debetur?

Summa collata	lucrum	pecunia singulorum.	
6000 ———	9000 ———	A 1000	R/ 1500
		B 2000	R/ 3000
		C 2400	R/ 3600
		D 600	R/ 900

Cum tempore.

Alii tres contulerunt 5000 flor. A. 2000. in annum, id est, 12. menses. B. 1600. in tres menses. C. 1400. in 7 menses. damnum verò sunt passi 1500 flor. qværitur qvantum sit damnum cujusqve?

A. 2000 flor.	B. 1600 fl.	C. 1400
12 menses	3 mens.	7.
24000	4800	9800

producta singul. 24000, 4800, 9800

Aggreg: 38600

Aggreg:	damnum	producta sing.		
38600 ———	1500 ———	A 24000	R/ 932	348
		B 4800	R/ 186	386 / 204
		C 9800	R/ 383	386 / 162
				380

III.

In Alligatione (qva ex numeris diversis rerum diversi pretii, unum aliqvod certum constituitur pretium) qværendæ sunt ante omnia differentiæ singulorum alligandorum numerorum ab alligato: earum enim aggregatum primo loco collocatur. Secundo singulorum differentiæ. Tertiò deniqve unitas: & regula simplex toties iteranda est, qvot sunt numeri alligandi.

IV.

Alio autem modo colliguntur differentiæ, earumq; aggregata si duo sint alligandi numeri: alio si plures. Si duo sint: differentia unius alteri tribuitur: & summa utriusqve primo loco ponitur. ut Contemperaturus vinum, cuius A. mensura venditur 24 grossis, cum alio B. 15 gross. ut misti mensura veneat 20. grossis. qværitur qvantum de utroq; vini genere ad mensuram unam reqviratur.

15		24	*Alligand.*
	20		*Alligat.*
4		5	*Differentiæ.*

Diff: summa. 9

9 —— { 5 / 4 } —— 1 R/ { A $\frac{5}{9}$; B $\frac{4}{9}$ }

V.

Qvòd si plures alligandi sint numeri, tum maximo eorum subscribendi omnes reliqvorum differentiæ; reliqvis autem singulis differentia unius maximi ab alligato. ut si prioribus accedat tertii generis vinum C. 30 grossis, ita collocandum.

15	24	30
	20	
10	10	4
		5

29

$$29 \text{ --- } \begin{Bmatrix} 10 \\ 10 \\ 9 \end{Bmatrix} \text{ --- } 1 \text{ R} \begin{cases} A & \frac{10}{29} \\ B & \frac{10}{29} \\ C & \frac{9}{29} \end{cases}$$

CAP: XV.

De Regula falsi.

I.

Vidimus qvomodo, si data sint expressa, sit procedendum; qvòd si verò obscuritatibus qvibusdam ea sunt involuta, Regula falsi *adhibetur, qva e qvibusvis assumtis numeris, licet falsis & secundum dati circumstantias examinatis, verum elicitur.*

II.

Et si qvidem duobus, diversis id numeris tentaveris, differentiæ producti ex assumtis & examinatis numeris a producto vero notandæ sunt, unà cum signis vel defectus — *vel abundantiæ* —|— *Deinde postqvam differentias cum positionibus, seu numeris assumptis decussatim multiplicaveris,* subtrahe pro paribus; diversa sed addito signa, *tam in differentiis ipsis, qvàm in productis e dicta multiplicatione ortis.* Tandemq; *per residuum differentiarum divide productorum residuum, & prodibit numerus qvæsitus.*

Ut sint tres fratres A. B. C. de qvorum ætate qværitur: respondet medius B. Ego fratrem hunc minorem C annis antecedo tribus. At alter me 4 annis superat: si autem omnium conjungas ætates, 100 annos invenies. Qværitur ætas singulorum. Hic assumatur numerus qvicunqve, licet falsus v. g: 18 anni pro C. Huic addo 3 pro B qvi tribus, uti dixerat, antecedit annis, eruntq; 21. His adhuc pro A adjicio 4. ut fiant 25 anni. Horum omnium summa 64.

18 C prima positio.
21 B
25 A
18. 64. 36 —— diff.

15 C secunda positio.
18 B
22 A
15. 55. 45 —— diff.

18 ✕ 36
15 ✕ 45

36 18
90 360
45 45
540 810
540 subtraho
270
9 9 | 30

ma 64. At debebant esse anni 100. A qvibus 64 absunt annis 36. Itaq; cum defectus signo, scribo 36. Deinde alium assumo numerum qvemcunqve sive majorem sive minorem priore, & eodem procedo modo. Sumamus hic 15: prodibunt 55: qvorum diff. a 100 itidem per defectum 45. Iam ergo decussatim multiplico positiones cum differentiis: & qvia differentiæ sunt eiusdem signi nempe defectus, subtraho & productum minus 540 a majori 810, restant 270; & differentiam minorem 36, a majori 45, restant 9. Per hæc 9 divido residuum prius 270, prodeunt 30. numerus qvæsitus, nempe anni C. His enim si addas 3 B, erunt 33: & A 4, erunt 37: qvorum summa 100.

CAP: XVI.

De Fractionum Notatione.

I.

ADhuc integros habuimus numeros: restat ut de fractis sit explicandum, qvi partes sunt integrorum. De illis primùm in genere, & mente veluti a certa materia abductâ; & deinde specialius, qvomodo huic aut illi materiei sunt concreti, videamus.

II.

In genere fractorum numerorum Notatio *cognoscenda est;* & Numeratio. Notatio *hæc est: Numerus supra lineam scriptus, dicitur* Numerator, & *simpliciter etiam* Numerus, *exprimiturq́ cardinali: qvi infra lineam, dicitur* Nomen *ac* Denominator & *ordinali effertur numero. ut*

Numerator	12.	*duodecim*
Denominator	30.	*trigesimæ sc. partes. id est, si in-*

tegrum in 30. divisum sit partes: harum partium duodecim denotantur.

Cap: XVII:

De Reductione Integrorum ad fractiones.

I.

NVmeratio *fractionum in* Reductione *consistit;* & Computatione. Reductio, *est præparatio qvædam numerorum, ad commodiorem supputationem. Et in duabus tantum fractionibus simul fieri debet. Itaqve si plures sint conferendæ earum duæ prius reducendæ, & cum reductis deinde etiam reliqvæ.*

II.

Et vel Integrorum *est numerorum; vel* Fractorum. *Integra vel* mera *sunt; vel* adjunctas fractiones *habent. Si* mera *sunt* integra, *reducuntur ad fractiones, subscripta unitate. ut* $\frac{12}{1} \mid \frac{7}{1} \mid \frac{36}{1}$

III.

III.

$3\frac{1}{2}$	$\frac{7}{2}$	$13\frac{5}{7}$	$\frac{96}{7}$	
3		7		
6		13		
1		91		
7		5		
		96		

Si integra adjűctas fractiones *habeant 1. multipliceturintegrum per Denominatorem fractionis, 2. huic producto addatur Numerator, qvod provenit, novum Numeratorem constituit 3. Denominator, qvi ante fuit, manet, & novo Numeratori subscribitur.*

CAP: XVIII.

De Reductione fractorum.

I.

SI fracti *omnes sint uumeri, eorũ fit reductio vel in fractiones alias; vel rursus in integros numeros. In fractiones alias vel totidem; vel pauciores. In fractiones totidem fit reductio tum* ad minimos terminos : *tum* ad eandem denominationem. *Reductio ad* minimos *fractionum* terminos *ad earum valorem cognoscendum facit: fitqve divisione tum numeratoris, tum denominatoris, per communem divisorem maximum. Itaqve divisor iste* [ex cap. XII. th. 5] *ante omnia qvaerendus, & per illum postea numerus uterq; fractionis dividendus. Ut qvantum valent* $\frac{20}{48}$ | $\frac{5}{12}$

	48		20		48		
	20	2	4	5	44	12	
resid:	8	2					
Divi: maxi:	4	4					

II. Qvòd

II.

Qvòd si tam Numerator, qvàm denominator in fine Cyphras habeat rejicere simpliciter, modò ab utroqve æqvè multas, poteris.

$$\frac{1}{3}\Big|\frac{00}{00}\Big|\frac{1}{3} \qquad \frac{3}{70}\Big|\frac{00}{00}\Big|\frac{3}{70}$$

III.

Verùm ista reductio locum tantummodo in numeris habet inter se compositis. Cæterùm si primi inter se sint numeri fractionis, ad veros eqvidem terminos minores nullo reduci modo possunt; possunt tamen ad vero proximos, idq; vel hac ratione. Subscribatur numerus minor majori, in ejusmodi figura: ut hic 127, & 35, in spatio A. At in B e regione numeri minoris versus dextram, Cyphram scribe, & supra illam 1. Sic & in C e regione numeri majoris: & talis semper ut sit dispositio necesse est. Iam divide majorem per minorem & qvotum minori numero a latere in spatio B adscribe; residuum verò eidem minori numero subjice: perq; hoc residuum rursus minorem divide numerum, & qvotum, residuumq; ut antè scribe, donec nihil supersit. Incipe nunc a qvoto supremo, & per eum multiplica numerum in eodem spatio ei oppositum: producto superiorem adde: & summam subscribe. ut ter o est o, addo 1 est 1 qvòd subscribo. Porrò seqventem qvotum per hanc summam multiplico, & superiorem

A	B	C
		1
127	1	0
35	0	

A	B		C
			1
127		1	0
35	3	0	1
22	1	1	3
13	1	1	4
9	1	2	7
4	2	3	11
1	4	8	29
0	0	35	127

numerum addo tamdiu, donec numerus minor antea propositus Cyphris inferius scriptis e regione opponatur. Ut semel 1 est 1, additâ Cyphrâ manet 1: ulterius semel 1 est 1, addito 1, sunt 2. Semel 2 sunt 2, add. 1, sunt 3. Bis 3 sunt 6, add. 2 sunt 8. Tandem qvater 8 sunt 32, add. 3. sunt 35. numerus minor propositus. Eodē etiam modo progredior in spatio C incipiendo ab 1 in B scripto e regione majoris numeri, & multiplico per illud qvod in C ei e regione respondet, additaq; superius posita unitas subscribitur Cyphræ in C positæ: & hoc subscriptum perpetuo in qvotum ut antea ducitur. Ut semel Cyphra est 0, additâ 1 est 1: Semel 3 sunt tria, addo 0, manent 3. Semel 3 sunt 3, add. 1 sunt 4. Semel 4 sunt 4, add. 3 sunt 7. Semel 7 sunt 7, add. 4 sunt 11. Bis 11 sunt 22, add. 7 sunt 29: Tandem qvater 29 sunt 116, add. 11 sunt 127. numerus major propositus. Iam loco numerorum propositorum usurpari possunt illi, qvi in spatio B & C sibi invicem respondent, ut

$\frac{35}{12}$ | $\frac{8}{29}$ | $\frac{3}{11}$ | $\frac{2}{7}$ | $\frac{1}{4}$ | vel $\frac{1}{3}$

IV.

Reductio plurium diversarum fractioum ad eandem denominationem *fit 1. Inqvisitione communis dividui minimi denominatoris utriusq;*, [ex Cap. XII. th. 6]. *qui sit Communis denominator, ideoqve bis scribendus. 2. Fractiones inter se decussatim multiplicentur, id est, hujus numerator, per illius denominatorem, & vicissim: producta constituunt numeratores novos, supra communem denominatorem collo-*

rem collocandos. Et ne qva confusio oriatur, productum qvodq; suo numeratori a qvo prodiit, unà cum novo suo denominatore, subjiciatur, qva ratione simul, utra fractio, altera major sit, cognosci poterit.

$$\frac{4}{5} \times \frac{6}{7}$$

$$\frac{28}{35} \quad \frac{30}{35}$$

V.

Reductio plurium fractionum ad pauciores, *locum habet in* minutiarum *seu* fractionum minutiis *ut* $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{5}$ *duæ tertiæ trium qvintarum. Reducuntur verò multiplicatione tam numeratorum inter se, qvam denominatorum: producta novam fractionem constituunt, ex numeratoribus qvidem numeratorem; denominatorem verò qvæ ex denominatoribus.*

$$\frac{2}{3} \text{———} \frac{3}{5} \quad \Big| \quad \frac{6}{15}$$

VI.

Tandem ad Integra *rursus fit fractionum reductio, qvum numerator vel denominatori æqvalis; vel eodem etiam major. Si* æqvalis *sit numerator denominatori, unum constituunt integrum.*

$$\frac{2}{2}\ 1 \quad \Big| \quad \frac{4}{4}.\ 1 \quad \Big| \quad \frac{8}{8}\ 1 \quad \Big| \quad \frac{7}{7}\ 1$$

VII.

Si numerator denominatore sit maior, *tum ille per hunc est dividendus: & qvotus qvidem integra constituit; residuum verò,*

um verò, unà cum subscripto divisore, novam fractionem.

$\frac{9}{3} \mid 3 \qquad \frac{14}{3} \big/ 2 \mid 4\frac{2}{3}$

CAP: XIX.

De Fractionum Additione.

I.

FVit *fractionum reductio: seqvitur earum* Computatio, *in* Additione, Subtractione, Multiplicatione & Divisione *consistens.* Additio *vel simplicium fractionum est; vel mistarum ex integris & fractis.* Si fractiones sint simplices. *1 reducantur ad eandem denominationem* [ex Cap. XVIII. th. 4.] *2. addantur tantum numeratores, & producto communis denominator subjiciatur.*

$\frac{5}{6} \bowtie \frac{4}{7} \qquad \frac{35}{24}$

$\frac{35}{42} \quad \frac{24}{42} \mid \frac{59}{42} \mid 1\frac{17}{42}$

II.

Qvòd si numeri ex integris & fractis misti *sint addendi, addantur ante omnia fracta fractis, eâ, qvâ de meris fractionibus modò dictum, ratione; & postea integris integra: etiam si qvæ ex fractionibus prodierunt.*

$13\frac{4}{7} \quad 6\frac{5}{6}$

$\frac{59}{42} \mid 1\frac{17}{42} \mid 13,\ 6,\ 1$

$20\frac{17}{42}$

III.

Si verò aliqvis addendorum vel integra vel fracta non habet adjecta: tantùm vel integra, vel fracta inter se addantur, & producta postea junctim scribantur.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 4\frac{1}{2} \\ \hline 6\frac{1}{2} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6\frac{1}{2} \\ \frac{3}{4} \\ \hline \frac{10}{8} \;\Big|\; 1\frac{2}{8} \;\Big|\; \frac{1}{4} \\ \hline 6 \\ 1 \\ \hline 7\frac{1}{4} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7 \\ \frac{2}{3} \\ \hline 7\frac{1}{2} \end{array}$$

Cap: XX.
De Subtractione fractionum.

I.

SVbtractio *fractionum vel simplicium est, vel mistorum.* In meris fractionibus *1. fiat reductio ad eandem denominationem* [ex Cap: XVIII. th. 4.] *2. novorum numeratorum alter ab altero detrahatur, & producto subjiciatur communis denominator.*

sit subtrahenda $\frac{1}{2}$ *a* $\frac{3}{4}$

$$\begin{array}{ccc} \frac{1}{2} & \times & \frac{3}{4} \\ \hline \frac{4}{8} & & \frac{6}{8} \end{array} \;\Big|\; \textit{manent}\; \frac{2}{8} \;\Big|\; \frac{1}{4}$$

II. Co-

II.

Cognoſcitur autem utra fractio alterâ major minórve ſit, adeóqve an ſubtrahi, nec ne poſſit, ex novis numeratoribus, ſi prioribus illis numeratoribus, è qvorum multiplicatione iſti orti ſunt, directè, uti antea [cap. XVIII. th. 4] *monuimus, ſubjiciantur. Vt ſi ſint ſubtrahenda* $\frac{2}{3}$ a $\frac{3}{7}$ *id fieri non poſſe ita cognoſcendū: numerator 14 ex 2 proveniens iſti ſubjiciatur: &c. 14 enim a 9 ſubtrahi non poſſunt.*

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{7} \qquad \frac{14}{21} \quad \frac{9}{21}$$

III.

Si integra fractis adjecta ſint, ſubtrahantur primùm fracta a fractis eo, qvo jam dictum, modo: & deinde etiam ab integris integra. ut

$$2\frac{1}{2} \text{ a } 4\frac{3}{4} \quad | \quad 2 \qquad \text{qvæſit. } 2\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \qquad \frac{4}{8} \quad \frac{6}{8} \qquad \left|\ \frac{6}{4} \ \right| \ \frac{2}{8} \ \Big| \ \frac{1}{4}$$

IV.

Qvòd ſi fracta a fractis minoribus, integra, tamen adjuncta habentibus, ſubtrahenda ſint, unitas integro demenda, & in partes a denominatore ſuæ fractionis deſignatas reſolvenda, numeratoriq́ addenda eſt, ut fieri ſubtractio poſſit. Itaqve integro, defectus ſignum punctum adſcribito, & a ſumma, ex reſoluta unitate vel denominatore & numeratore conflata, numeratorem fractionis ſubtrahē-dæ ſub

$$3\frac{5}{16} \text{ a } 7^{\cdot}\frac{3}{16} \qquad \frac{19}{5} \quad \frac{14}{} \qquad \frac{3}{}\ 3\frac{14}{16} \ \Big| \ \frac{7}{8}$$

dæ ſubducito: producto priorem denominatorem communem ſubſcribito.

V.

Si a meris integris ſint reducendæ fractiones, unitas integri reſolvatur in partes denominatoris fractionis, & ab illis ſubtrahatur numerator. Itaque adſcribatur integro punctum defectus ſignum & ſubtrahe numeratorem a denominatore, reſiduo veró hujus ſubtractionis denominatorem eundem ſubſcribe.

$$\frac{3}{4} \quad a \quad 6. \;\Big|\; 5 \qquad \begin{matrix} 4 \\ \frac{3}{1} \\ 4 \end{matrix}$$

Cap: XXI.

De fractionum Multiplicatione.

I.

Multiplicatio fractionum ſimplicium fit multiplicatione numeratorum inter ſe, & etiam Denominatorum.

ut $\frac{3}{4}$ per $\frac{4}{5}$ | $\frac{12}{20}$ | $\frac{3}{5}$.

II.

Si integra fractis miſta ſint, reducantur prius illa [ex cap. XVII.] ad fractiones meras, & poſtea, uti modò dictum, multiplicentur.

$2\frac{2}{5}$ per $3\frac{2}{3}$

$\frac{12}{5}$ — $\frac{11}{3}$

$\frac{132}{15}$ | $8\frac{12}{15}$ | $\frac{4}{5}$

5 per $\frac{6}{7}$

$\frac{5}{1}$ — $\frac{6}{7}$

$\frac{30}{7}$ | $4\frac{2}{7}$

Cap.

CAP: XXII.

De fractionum divisione.

I.

DIvisio *in fractionibus* simplicibus, *si ejusdem sint denominationis, absolvitur sola numeratorum divisione.*

ut $\frac{4}{8}$ *per* $\frac{2}{8}$ $\frac{4}{2}$ | $\frac{2}{8}$ | $\frac{1}{4}$

II.

Si verò diversæ denominationis sint fractiones, multiplicatio decussatim fieri debet: compendiosiùs verò per Inversionem, ut divisoris denominator supra lineam; & numerator infra eandem scribatur: atqve postea, ut in multiplicatione factum, numeratores inter se, itemq́ denominatores multiplicentur.

$\frac{4}{5}$ *per* $\frac{3}{8}$ | $\frac{8}{3}$ — $\frac{4}{5}$

$\frac{32}{15}$

III.

Atqve hinc expeditissimum est compendium in fractis operandi per auream trium proportionalium regulam: nimirum ut prima fractio simpliciter invertatur: & postea omnes inter se numeratores: nec non & denominatores multiplicentur: cujus hîc rationem vides.

$\frac{3}{4}$ — $\frac{5}{6}$ — $\frac{1}{2}$ | $\frac{32}{1}$ — $\frac{15}{1}$ — $\frac{2}{1}$

$\frac{4}{3}$ — $\frac{5}{12}$ | $\frac{1}{32}$ — $\frac{30}{1}$

$\frac{20}{36}$ | $\frac{5}{9}$ | $\frac{30}{32}$ | $\frac{15}{16}$

IV.

Integra si fractis mista sunt, priùs ad meras fractiones [ex cap. XVII.] *sunt reducenda: & post, uti modò dictum, progrediendum.*

$4\,\frac{3}{4}$ per $2\,\frac{1}{2}$

$\frac{19}{4}$ — $\frac{2}{5}$ X $\frac{5}{2}$

$\frac{38}{20}$ | $\frac{19}{10}$ | $1\,\frac{9}{10}$

8 per $\frac{4}{5}$

$\frac{8}{1}$ — $\frac{5}{4}$

$\frac{40}{4}$ | 10.

Cap: XXIII.

De fractionibus rerum nominatarum.

I.

V*Idimus de fractionibus in genere; seqvuntur nunc specialiora quædam: determinata nimirum, vel* ad res certas & nominatas; *vel ad certum ac* definitum *fractionum* denominatorem. Res *autem* nominatas *hic vocamus ulnas, decempedas, cantharos, libras, florenos &c. ut* $\frac{2}{3}$ *ulnæ:* $\frac{3}{4}$ *libræ:* $\frac{4}{7}$ *decempedæ:* $\frac{2}{10}$ *floreni &c.*

Solent etiam absqve denominatoribus scribi, addito rei nomine. ut *flor.* 5. *arg.* 4. *sol.* 2.

id est, qvinqve floreni, qvatuor argentei, & duo solidi.

II.

Ad earum Collocationem *pertinet, ut qvæ ejusdem sunt no-*

sunt nominis, sibi invicem subjiciantur: ne sub ulnis libræ, aut sub florenis grossi &c. scribantur. ut

flor.	grosſ.	sol.
6	20	2
3	16	1

III.

Porrò in Numeratione *harum fractionum &* Reductio *cognoscenda est, &* Computatio. Reductio *fit ad numeros vel* notiores; *vel* minores. *Ad numeros* notiores *reductio valorem fractionum istarum indicat. Vt quantum valeant v. g.* $\frac{5}{6}$ *floreni.*

IV.

Invenitur autem valor iste hoc modo: Multiplicetur numerator per notas integri partes: & productum per denominatorem dividatur. ut quantum valent $\frac{5}{6}$ *flor.*

30 *grosſ. unius floreni integri, multipl. per*
5 *numeratorem:*
150 *productum, divid. per*
6 *denominatorem: prodeunt*
30
6 | 25 *grossi*

V.

Huic reductioni ex adverso respondet resolutio partium nominatarum in fractiones abstractas: quæ fit subtractione istarum partium, ab integri partibus sufficientibus: residuum enim dividit postea & numerum datarum partium, ut prodeat Numerator; *& integrum, ut prodeat* Denominator. *ut 18 grossi, quota pars thaleri.*

24 arg: partes thaleri integri: hinc subtraho
18 arg: partes datas

6 residuum, per qvod divido
(1) 18 partes datas prodit

6 | 3 Numerator
(2) 24 integrum, prodit
6 | 4 Denominator

ergò 18 arg. sunt $\frac{3}{4}$ thaleri.

VI.

Reductio harum fractionum ad numeros minores est collectio integri, ex partibus sufficientibus: fitq; divisione datarum partium, per partes integri. Incipit autem a rebus seu partibus minimis versus dextram, & qvoties earum numerus ad integrum proximè sinistram versus seqvens constituendum excrevit, inde adimit & integro unitatem addit.

ut si sint

4 flor: 48. grosf: 19 sol.

reduco solidos ad grossos 6, qvos prioribus addo,

3 sol. partes grossi.
$\frac{3}{1}$ | 6 grossi,
1 solidus residuus.

48
6
54 grossi.

grossos porrò reduco ad florenum 1. qvi reliqvis additur

30 | grosf. partes floreni.
1 florenus.
24 grossi residui.

4
1
5 flor.

sunt ergo 5 flor: 24 grosf: 1 sol.

VII.

Huic reductioni ex adverso respondet resolutio integri in suas partes: cum ex florenis v. g. grossi, ex grossis solidi, ex

decempe-

decempedis pedes, ex pedibus unciæ &c. fiunt. Fitqve cum integrum in partes notas multiplicatum partium nomen sortitur, & locum & occupat. ut

ex 3 flor:	10 grosſ:	2 sol.
30 grosſ: mult:	90 add:	300 sol: add.
90 grosſi	100 grosſi	302 sol.
	3 sol: multipl.	
	300 sol.	

VIII.

Computatio *harum fractionum ex præcedentibus facilis est. In* Additione *enim*, Subtractione, *ut &* Multiplicatione *fit initium a minimis versus dextram; in* Divisione *a maximis versus sinistram.* Et in additione *qvidem ac* Multiplicatione *qvotus reducitur ad integra proximè versus sinistram seqventia, eorumq́; producto (non a. numero adhuc multiplicando) additur:* In Subtractione *verò &* Divisione *resolutio integri in partes locum habet, qvoties vel superior partium numerus minor est, qvàm ut subtrahi major posit; vel in Divisione aliqvid remanet. Videamus in exemplis.*

flor:	grosſ.	sol:	
7	20	1	Addantur
8	18	2	
3	24	1	
18	62	4 reduc.	
2 add.	1 add.	3 | 1	
20	63 reduc.	1	
	30 | 2		
	3		
20	3	1	

A 10. 19. 1 subtrahantur
9 25 2

---

10 30 gross: ex 1 flor. 3 sol: ex 1 gross: resoluti.
18 add. 1 add.
48 4
25 subtr. 2 subtr.
23 2

---

10 23 2 productum

Multiplicentur per 4

flor:	gross:	sol:
10	23	2
		4

---

40 92 8 reduct.
3 add. 2 add. 3 | 2
43 94 reduc. 2
30 | 3
4

---

43 4 2 productum

Dividantur per 4.

flor.	gross.	sol.
43	4	2
44 | 10	90 add.	6 add.

3 resol. 94 | 8 |
30 multipl. 4 | 2 4 | 2
90 gross: 14
4 | 23
2 resolv.
3 sol: mult.
6 sol.

---

10 23 2 productum

IX. Quod

IX.

Qvód si verò diversarum rerum numeri inter se sint vel multiplicandi, vel etiam dividendi: tum resolutione opus est integri in partes, partiumq́; particulas, [ex th. 7] *qvæ absolutâ operatione* [ex th. 6.] *reducuntur. ut*

ulnæ emuntur		flor.	gross.	sol.	qvanti ulnæ?
$3\frac{1}{4}$	———	4.	10:	2 ———	$6\frac{1}{2}$

qvia ab initio sunt qvartæ partes ulnæ: etiam in totidem primus & ultimus numerus est resolvendus: eruntq́ ab initio 13. loco tertio verò 26 qvartæ partes ulnæ. In medio vero floreni per 30 multiplicati in grossos 120 resolvuntur: qvi datis 10 additi, faciunt 130 grossos. Hi rursus per 3 multiplicati resolvuntur in solidos 390: qvi datis 2 adduntur, ut sint 392 solidi. Hinc instituatur operatio regulæ proportionum:

quartæ partes ulnæ	sol:	qvartæ partes ulnæ,
13 ———	392 ———	26

prodeunt 784 solidi. Hi per 3 divisi reducuntur ad gross. 26. ubi 11: restat solidus. Grossi verò 261 per 30 divisi reducuntur ad flor. 8. ubi restant 21 gross. prodeunt ergo

13 ——— 392
13 ——— 392
784

flor.	gross.	sol.
8	21.	1.

X.

Elegantissimum autem hac in re compendium Geometræ habent, in multiplicatione areæ, ubi data ejusdem sunt denominationis, aut generis: uti decempedæ per decempedas, & pedes per pedes &c. Collocatio *ita habet: qvæ idem nomen habent, sibi invicem subjiciuntur.* Operatio *fit multi-*

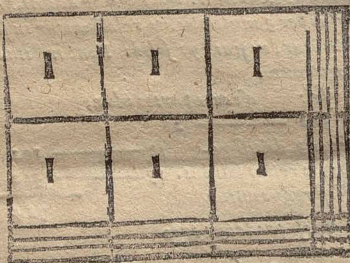
plicatione omnium datorum superiorum, per inferora omnia; & producta qvidem ex sibi subjectis, iisdem subjiciuntur; at ex collateralibus in medio scribuntur, qvòd de utriusqve natura participent: denotant enim v. g. decempedas qvidem in longitudine; at pedes tantum in latitudine.

Ut sit area longa decempedas 3, pedes 4: lata verò decemp. 2, ped. 3. Instituta operatione prodeunt 6 decempedæ: 17 pedes decempedales, qvalium 10 decempedam qvadratam constituunt: tandemqve 12 pedes qvadrati, qvorum 100 decemped. qvadratam constituunt. Ut in adjuncta figura I Decempedæ 6. L pedes decemped. 17. X pedes simplices 12.

3	X	4
2		3
6	9	12
	8	
6	17	12

longitudo 3 decemp. ped. 4.

latitud. 2 decemp. ped. 3



L L X

L L L

Qvia verò pedes decempedales 10, unam constituunt decempedam, erunt 7 decemped. 7 ped. decemp. 12 p. s.

Atqȝ ex hac figura non possum non duplicem, qvi hic committi aliqvando solet errorem detegere. Sunt enim primò qvi pedes inter se multiplicare negligunt: qvòd scilicet jam ante per decempedas sint multiplicati. At hac ratione in tam exiguo campo, 12 pedes qvadrati X pereunt. Qvid in majori campo futurum? Nimirum triplicis generis, ut apparet, areæ prodeunt. Deinde major est error, qvi in majoribus etiam areis committitur ab illis, qvi

illis, qui areas illas oblongas L pro quadratis pedibus quales in X apparent, numerant: quòd quidem illi faciunt, qui pedes illos decempedales L reducunt ad decempedas quadratas, per totidem partes, quot decempeda quadrata pedes quadratos continet, nempe per 100; quum, ut figura ostendit, 10 tales areæ oblongæ L ad unam decempedam quadratam, quales sunt in I, constituendam sufficiant. Continent enim tales areæ L, unum quidem tantùm pedem in latitudine; at 10, in longitudine. Unde in uno spatio L, 10 quadrati pedes, quales in X sunt, reperiuntur. Ut ergo 100 pedes quadrati X, ita 10 areæ oblongæ L unam constituunt quadratam decempedam I. Decies enim 10, sunt 100. Ergo quando 100 areæ L, pro una decempeda I, numerantur; illæ tanquam pedes quadrati X habentur: quorum nimirum 100 ad unam requiruntur decempedam quadratam I. Unde fit, ut 10 decempedæ, nempe 100 areæ oblongæ L, pro una tantum decempeda venditentur, novemq; planè negligantur: qui error sanè non est exiguus. V. g. quia in Polonia nostra fune utuntur, qui continet 90 ulnas in longitudine, & unam ulnā in latitudine: si per 90 reducuntur ejusmodi intermediæ agri partes oblongæ L, erunt hic 6 funes I, & 17 ulnæ quadratæ, quales sunt illæ areolæ in X. Itaq; in tam exiguo spatio, negligitur funis integer, & $56\frac{16}{19}$ ulnæ: hac enim reductione, areæ illæ oblongæ L non tāquam ex funibus in longitudine & ulnis in latitudine conflatæ: sed simpliciter tanquā ulnæ quadratæ X venditantur: harum n. 90 funē constituunt; talium verò oblongarum arearum ut L $9\frac{9}{19}$ ad funem quadratum constituendum sufficiunt: Unde simul etiam apparet, quàm incommodè ejusmodi assumta sit mensura, quæ perpetuò ferè fractiones secum trahit. Nisi dicatur, non 90 tantùm; sed 8100 ulnis unum constare funem quadratum. Quæ verò de fune 90 ulnarum, quorum funium 90. in longitudine, & unus in latitudine jugerum constituunt franconicum, quòd illi łan Fránkoniecki vocant, diximus: eadem etiam de fune 75 ulnarum, quorum itidem 90 constituunt jugerum Chelmense, quòd illi łan Chełmieński/ & włok appellant, dici possunt. Sed longiùs digressi sumus; fortassis tamen non aberravimus.

Caput

CAP: XXIV.

De Logiſtica decimali.

I.

R*Eſtat tandem illa fractionum expediendarum ratio, qvæ* ad certos eſt determinata denominatores, *qvalis reperitur in* Sexagenaria *&* Decimali *logiſtica.* Sexagenaria *ex diviſione graduum circuli, ejusqve qvadrantis in ſcrupula ſeu minuta orta eſt. Singuli enim gradus in 60 minuta prima: & horum ſingula in 60 min. ſecunda, & ſic conſeqventer diſtribuantur. Horum autem* Multiplicatio *&* Diviſio *a nobis heic præteriri poteſt, partim qvòd ad Coſmographiam potiùs; qvàm vel ad vitam communem, vel ad Geometriam, ad qvam properamus, uſus ejus ſpectet: partim qvod tabulis Hexacontadωn ſatis ſit explicata.* Additio *autem, &* Subtractio *ex iis, qvæ initio præcedentis cap. dicta ſunt, intelligi facilè posſunt. Sint enim gradus veluti floreni: minuta prima, q. groſſi; minuta ſecunda tanqvam ſolidi &c. & res erit expedita.*

Addantur	gr: °	min: I		II	III.
	23	46		39	19
	16	24		17	11
70. min: prim: reducantur per 60 ad gradum 1, qvi reliqvis additur.	39	70		56	30
	1	60	1		
		10			
	°	I		II	III
Productum	40	10		56	30

A	gr: °	min: I	II	III
	40.	10	56	30
Subtrahuntur	16	24	17	11
quia a 10 min: primis subtrahi 24 neqveunt, unus ex 40 gr. resolvendus est in 60 & 10 addenda, ut inde fiat subtractio	39	60	39	19
	16	10		
	23	70		
		24		
		46		
	°	I	II	III
productum	23	46	39	19

II.

Decimalis *autem logistica est fractionum integri in 10 scrup. seu min. prima, & horum singulorum in 10 scrup. sec. porro in tertia, qvarta &c. divisorum. Scrupula a. ista ab integris separantur linea aut semicirculo: a se invicem verò gradibus collocationis distingvuntur, initio a sinistima parte facto, qvæ prima scrupula continet. ut* 12 (68732. *sunt 12 integra 6 scrup. prima. 8 sec. 7 ter. 3 qvart. 2 qvinta. Qvòd si nulla sint alicujus gradus scrupula: cyphra ponitur, ut* 6 (0037 *sunt 6 integra, nulla scr. pr. nulla etiam sec. 3. tert. 7 qvarta.*

Computatio *ejus & jucundissima simul & utilissima est, in Geometricis potissimùm operationibus, ubi decempeda adhibetur, seu pertica aut funis 10 pedum, qvorum pedum singuli in decem uncias, & harum singulæ rursus in 10 particulas sint distributæ. Hac enim ratione, beneficio decimalis istius arithmeticæ omnis evitari fractionum reductio potest. Nam, si modò legitimè collocentur numeri, ab operatione, qvæ est in numeris integris, nihil differt.*

IV.

Itaq; in Additione & Subtractione *numeri eiusdem ordinis*

ordinis seu gradus sibi invicem subjiciantur, scrupula nempè prima, sub primis, secunda sub secundis &c. & operare more solito. Qvòd si aliqvis numerus scrupula v. g. qvarta, qvintáve habeat; alius verò tantùm prima, secunda, aut etiam tertia, tum ad hujus finem tot addendæ sunt Cyphræ, ut illis respondeant.

Add:	39	(063
	24	(807
	63	(870
Subtr:	63	(870
	24	(807
	39	(063

V.

In Multiplicatione ac Divisione non est necesse ejusdem ordinis scrupula sibi subjici; sed disponantur numeri multiplicantes & divisores eo, qvo solent, loco: & modo etiam solito instituatur operatio: qvâ absolutâ, tot numeri, seu notæ includantur semicirculo, pro scrupulis producti, qvot datis respondent: colligendo in multiplicatione; subtrahendo verò in divisione.

Multiplicentur	3	(4
per	2	(3
	1	0 2
	6	8
	7	(8 2

Ut in figura cap. præcedentis qvia in datis duæ notæ sunt pro scrupulis: itaqve totidem etiam in producto semicirculo sunt includendæ. Sunt ergo 7. decempedæ 8 scrupula prima, seu pedes decempedales, & 2 scrupula secunda seu pedes simplices. Nam ex 12 pedibus, qvos supra habuimus, 10 constituunt pedem decempedalem, ideoq; istis eò reductis, & 7 unitate aucti sunt. Rursus in eadem figura area, qvia dividendus duas notas habet in semicirculo; divisor autem unam tantum: itaqve istâ unâ subtractâ a duabus, una loco scrupulorum in producto manet.

Dividantur	7 (8 2		
per	3 (4	2	
	2		
	6 8		
	1 02		
	34	2 (3	
	3		
	1 02		

IV. Tandem

VI.

Tandem, ſi qvid in diviſione remanſerit, illi Cyphram toties adjicere licet, qvoties libuerit, & in dividendo pergere. Vtut enim fortaſſis nunqvam ad finem pervenias; a verò tamen propiùs aberis, qvò longiùs progreſſus fueris. Intelligendum enim eſt, qvoties dividendus augetur, toties & diviſorem in minutiores particulas per denarium diſtribui. Qvod autem parùm diſtat, propè nihil diſtare videtur.

(482 | 1
36
122 | 13
36
3
108
14 0 | 133
3 6
3
10 8
3 20 | 1338
36
8
288
32

Productum $\frac{1338}{10000}$ & prætereà $\frac{32}{36}$ ſcrup: qvint.

in univerſum $\frac{133832}{3600000}$ | $\frac{33458}{900000}$

$18^{44}/_{45}$.

W KRAKOWIE

W DRUKARNI UNIWERSYTECKIÉJ

1845.

